

Abel-konkurransen 2002–2003

Andre runde

Oppgave 1

Hvor mange grader er den minste vinkelen mellom timeviseren og minuttviseren på en klokke når denne viser 09.20?

Oppgave 2

Definer operasjonen \star ved at $a \star b = a^2 + 3^b$. Hva er da $(1 \star 2) \star (1 \star 0)$?

Oppgave 3

Definer tallfølgen a_1, a_2, a_3, \dots ved at $a_1 = 20$, $a_2 = 15$ og $a_n = a_{n-1} - a_{n-2} + 29$ for alle hele tall $n \geq 3$. Hva er a_{2003} ?

Oppgave 4

I trekant ABC er $\angle B = \angle C = 78^\circ$. Punktene D og E ligger på sidene AB og AC , henholdsvis, slik at $\angle BCD = 24^\circ$ og $\angle CBE = 51^\circ$. Hvor mange grader er vinkel $\angle BED$?

Oppgave 5

Hvis a og b er hele tall slik at $\sqrt{252 + 144\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$, hva er da $a + b$?

Oppgave 6

Gitt mengden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. På hvor mange måter kan man velge ut fem av tallene slik av summen av disse er større enn 27?

Oppgave 7

Hva er de to siste sifrene i produktet av alle primtallene fra og med 2 til og med 47?

Oppgave 8

I trapeset $ABCD$, der $AB \parallel CD$, skjærer diagonalene AC og BD hverandre i S . Hvis arealet av $\triangle ABS$ er 24 og arealet av $\triangle CDS$ er 6, hva er da arealet av trapeset?

Oppgave 9

Syv forskjellige tall skal skrives fra venstre til høyre på et ark, slik at ingen av tallene har to nabetall som er større enn seg selv. På hvor mange måter kan dette gjøres? (Et nabetall er et tall som står umiddelbart til høyre eller til venstre for tallet.)

Oppgave 10

La a, b, c, d være fire positive hele tall slik at $a^3 = b^4$ og $c^5 = d^6$. Hvis $b - c = 61$, hva er da $a - d$?