

Abel-konkurransen 2003–2004

Andre runde

Oppgave 1

Hva er verdien av $(\sqrt{11} + \sqrt{44} + \sqrt{99})^2$?

Oppgave 2

Hva er det største primtallet som tallet 9991 er delelig med?

Oppgave 3

I rektangelet $ABCD$ er $AB = DC = 20$ og $AD = BC = 12$. La K være midtpunktet på DC , L midtpunktet på BC , og la M være et punkt på linjestykket AB slik at arealet av $\triangle KLM$ er 69. Hva er da lengden av AM ?

Oppgave 4

Silje gikk en tur med konstant fart. Hun brukte t timer på turen. Hvis hun hadde gått 1 km i timen fortere, ville antall timer hun brukte på turen, vært $\frac{4}{5}t$. Hvis hun hadde gått 1 km i timen langsommere, ville antall timer hun brukte på turen vært $2\frac{1}{2} + t$. Hvor mange kilometer gikk Silje?

Oppgave 5

I trekant ABC er $\angle B = 99^\circ$. En sirkel gjennom C med sentrum i B skjærer linjestykket AC i punktet D . Dersom $AD = BD$, hva er da $\angle A$?

Oppgave 6

Hvis $x^6 + 6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 3x^2 - 18x - 11 = 0$ og $x \neq -1$, hva er da verdien av uttrykket $x(x^3 + 4x^2 + 6x + 4)$?

Oppgave 7

To sirkler med radier 20 cm og 34 cm har en felles korde som er 32 cm lang. Hvis avstanden mellom sirkelsentrene er større enn den største av radiene, hva er da denne avstanden?

Oppgave 8

På et ark skriver vi opp ulike 4-sifrede tall bestående av sifrene 1,2 og 3 slik at følgende betingelse er oppfylt: Hvis vi velger ut to av tallene, har de samme siffer på samme plass maksimalt ett sted. Hva er det maksimale antall slike tall vi kan skrive opp?

(For eksempel har tallene 1112 og 2213 samme siffer på samme plass ett sted, mens tallene 1112 og 1332 har samme siffer på samme plass to steder.)

Oppgave 9

I en rettvinklet trekant er lengdene av alle sidene positive hele tall. Differansen mellom hypotenusen og en av katetene er 50. Hva er den minste mulige verdien av den andre kateten?

Oppgave 10

På et ark er det tegnet et 4×4 rutenett. Du har 8 hvite og 8 svarte brikker som skal plasseres i rutenettet - én brikke i hver rute. På hvor mange måter kan du gjøre dette dersom hver rad og hver kolonne skal inneholde nøyaktig to hvite og to svarte brikker?