



Nynorsk

Niels Henrik Abels matematikkonkurranse 2008–2009

Andre runde 22. januar 2009

Ikkje bla om før læraren seier frå!

I den andre runden av Abelkonkurransen er det 10 oppgåver som skal løysast på 100 minutt. Svara er heital frå og med 0 til og med 999. Skriv svara nede til venstre på skjemaet.

Du får 10 poeng for rett svar og 0 poeng for gale eller blankt svar. Det gir ein poengsum mellom 0 og 100.

Ingen andre hjelpemiddel enn kladdepapir og skrivereiskapar er tillatne.

Når læraren seier frå, kan du bla om og ta til med oppgåvene.

Fyll ut med blokkbokstavar

| | | | |
|-----------------|----------|--|--|
| Namn | | Fødselsdato | |
| Adresse | | Kjønn K <input type="checkbox"/> M <input type="checkbox"/> | |
| Postnr. | Poststad | | |
| Skule | | Klasse | |
| Statsborgarskap | | | |

Svar

| | | | |
|---|----------------------|----|----------------------|
| 1 | <input type="text"/> | 6 | <input type="text"/> |
| 2 | <input type="text"/> | 7 | <input type="text"/> |
| 3 | <input type="text"/> | 8 | <input type="text"/> |
| 4 | <input type="text"/> | 9 | <input type="text"/> |
| 5 | <input type="text"/> | 10 | <input type="text"/> |

For læraren

Rette: · 10 =

**Oppgåve 1**

Dei positive oddetala blir skrivne opp i eit trekanta diagram som på figuren til høgre. Kva er summen av tala i dei første sju radene?

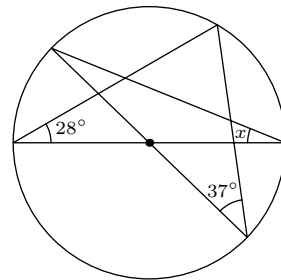
| | | | |
|----|----|-----|-----|
| | | | 1 |
| | | 3 | 5 |
| | 7 | 9 | 11 |
| 13 | 15 | ... | ... |

Oppgåve 2

I ei (stor) korg ligg det mange egg. Dersom du tek ut egga to om gongen, blir det eitt egg att. Det same hender dersom du tek dei ut tre om gongen, eller fire, eller fem, eller seks om gongen. Men dersom du tek dei ut sju om gongen, blir det ingen egg att. Kva er det minste moglege talet på egg i korga?

Oppgåve 3

To av vinklane i den femtagga stjerna er 28° og 37° , som vist på figuren. Alle hjørna ligg på ein sirkel, og det markerte punktet er sentrum i sirkelen. Kor mange gradar er vinkelen x ?

**Oppgåve 4**

Sir Lancelot og fem andre riddarar sit ved eit rundt bord. Alle seks er blitt uvenner med sidemannen på begge sidene. På kor mange måtar kan dei setje seg rundt bordet når Sir Lancelot skal behalde sin plass, samtidig som ingen skal bli sitjande ved sida av ein av dei nye uvennene sine?

Oppgåve 5

Vi har to positive reelle tal x og y , der x er mindre enn y . Det aritmetiske snittet mellom x og y er $A = \frac{1}{2}(x+y)$, og det geometriske snittet er $G = \sqrt{xy}$. Kva er y/x lik dersom $3A = 5G$?

Oppgåve 6

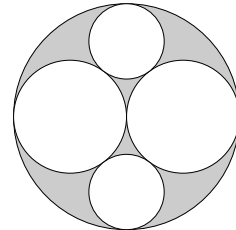
Ein funksjon f er slik at

$$f(n+1) = \frac{f(n)}{1+af(n)} \quad \text{for } n = 1, 2, 3, \dots,$$

der a er eit tal, og $f(1) = 1$ og $f(9) = 1/2009$. Kva er a lik?

**Oppgåve 7**

Den store sirkelen har radius $30/\sqrt{\pi}$. Dei to mellomstore sirklane tangerer kvarandre i sentrum av den store sirkelen. I tillegg tangerer dei den store sirkelen innvendig. Dei to minste sirklane tangerer dei to mellomstore sirklane utvendig og den store sirkelen innvendig. Kva er arealet av det skuggelagde området?

**Oppgåve 8**

Kva er halve summen av alle positive heiltal n som er slik at $2009 + n^2$ er kvadratet av eit positivt heiltal?

Oppgåve 9

Sidene i ein trekant har midtpunkt med koordinatar $(23, 32)$, $(8, 41)$ og $(17, 45)$. Kva er den største av dei tre verdiane av $x + y$ for hjørna (x, y) i trekanten?

Oppgåve 10

Kari og Mons kastar krone og mynt. Kvar gong det blir krone, får Kari eitt poeng, og kvar gong det blir mynt, får Mons eitt poeng. Vinnaren er den som først har 6 poeng, eller som har minst 4 poeng og leier med minst 3 poeng over den andre. Kor mange ulike spel, i tydninga seriar av myntkast som endar med ein vinnar, er det mogleg å spele?

Løysingane blir lagde ut 23. januar kl. 17.00 på

abelkonkurransen.no