



Niels Henrik Abels matematikkonkurranse 2013–2014

Første runde 7. november 2013

Ikke bla om før læreren sier fra!

Abelkonkurransens første runde består av 20 flervalgsoppgaver som skal løses i løpet av 100 minutter. Bare ett av de fem svaralternativene er riktig. Svarene skrives i skjemaet nede til venstre.

Du får 5 poeng for riktig svar, 1 poeng for blankt svar og 0 poeng for galt svar. Det gir en poengsum mellom 0 og 100. Blank besvarelse gir 20 poeng.

Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir og skriveredskaper er tillatt.

Når læreren sier fra, kan du bla om og begynne på oppgavene.

Fyll ut med blokkbokstaver

Navn		Fødselsdato	
Adresse		Kjønn K <input type="checkbox"/> M <input type="checkbox"/>	
Postnr.	Poststed		
Skole		Klasse	
Har du deltatt i Abelkonkurransen før? I så fall, hvilke(t) år?			

Svar

1	<input type="checkbox"/>	11	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	12	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	13	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	14	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	15	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	16	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	17	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	18	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	19	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	20	<input type="checkbox"/>

For læreren

Riktige: · 5 =

Ubesvarte: +

Poengsum: =

**Oppgave 1**

Hvor mange positive heltall går opp i 2^{10} ?

- A 2 B 9 C 10 D 11 E 512

Oppgave 2

For to år siden var Petter tre ganger så gammel som Ulrik. Om to år er Ulrik bare halvparten så gammel som Petter. Hva er summen av aldrene til Ulrik og Petter nå?

- A 18 B 20 C 22 D 24 E 26

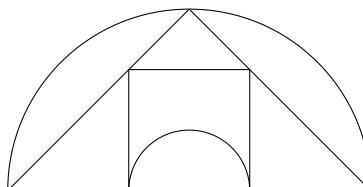
Oppgave 3

Tre reelle tall x , y og z er slik at $3x + y = 1$, $3y + z = \frac{1}{2}$ og $3z + x = -\frac{1}{2}$. Hva er verdien av $x + y + z$?

- A 1 B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{4}$ E 0

Oppgave 4

På figuren er en halvsirkel innskrevet i et kvadrat som er innskrevet i en likebent trekant som er innskrevet i en halvsirkel. Hva er forholdet mellom arealet av den store halvsirkelen og arealet av den lille halvsirkelen?



- A 9 B $6\sqrt{2}$ C $5\sqrt{3}$ D 10
E Det avhenger av radien til den lille halvsirkelen.

Oppgave 5

I en gate står sju hus på rekke. Tre av husene er røde, tre av dem er blå og ett hus er hvitt. Hvilket av følgende utsagn er korrekt:

- A Det må finnes to røde hus ved siden av hverandre.
B Det må finnes et blått hus med et rødt hus ved siden av seg.
C Dersom det hvite huset ikke er ved siden av et blått hus, så må det finnes to blå hus ved siden av hverandre.
D Dersom det hvite huset males blått, så må det finnes to blå hus ved siden av hverandre etterpå.
E Ingen av de øvrige utsagnene er korrekte.

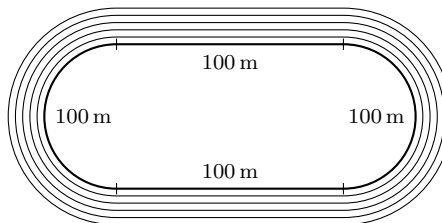
**Oppgave 6**

Hadia, Jens og Siv samler på biler. Du har fått vite at ingen av dem har flere enn fem biler, og at ingen utvalg av to av dem har flere enn sju biler til sammen. Hva er det høyeste antall biler alle tre kan ha til sammen?

- A 8 B 9 C 10 D 11 E 12

Oppgave 7

En runde på den innerste løpebanen av en friidrettsbane (bane én) består av to langsider på 100 m hver og to halvsirkler på 100 m hver. Hvis vi antar at bredden av hver bane er 1 m, hvor mye lengre er en runde i bane fem?



- A 8 m B $(4\pi + 8)$ m C 4π m D 8π m E 10π m

Oppgave 8

Alle tall kan skrives i tretallsystemet, på tilsvarende måte som titallsystemet, med ett eller flere etterfølgende siffer. Forskjellen er at i tretallsystemet kan bare sifrene 0, 1 og 2 benyttes. Tallene vi skriver i titallsystemet som 1, 2, 3, 4, 5 og så videre, skrives i tretallsystemet som 1, 2, 10, 11, 12 og så videre. Hvilket tall i titallsystemet svarer til tallet 1021 i tretallsystemet?

- A 16 B 31 C 34 D 40 E 51

Oppgave 9

Hvilket av alternativene er lik $\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$?

- A $1 + \sqrt{2}$ B $3 + 2\sqrt{2}$ C $3\sqrt{2}$ D $2 + \sqrt{2}$ E $1 + \frac{2}{3}\sqrt{2}$

Oppgave 10

Gro skal lage en sekssifret PIN-kode, men hun kan bare bruke sifrene 1, 2 og 3. Hvor mange koder er mulige dersom hvert siffer skal brukes minst én gang?

- A 534 B 537 C 540 D 726 E 729

**Oppgave 11**

ABC er en likesidet trekant. En sirkel med radius 1 tangerer linjen AB i punktet B og linjen AC i punktet C . Hva er sidelengdene i ABC ?

- A $\sqrt{2}$ B $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C $\frac{4}{3}$ D 1 E $\sqrt{3}$

Oppgave 12

Hvilket tall er størst?

- A $3,13 \cdot 3,15$ B 9,85 C $\sqrt{9,61}\pi$ D π^2 E $\frac{\pi^3}{3,15}$

Oppgave 13

Hva er summen av de to siste sifrene i det minste tallet som er delelig på både $1 + 2 + 3 + \dots + 10$ og $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$?

- A 0 B 1 C 2 D 5 E 9

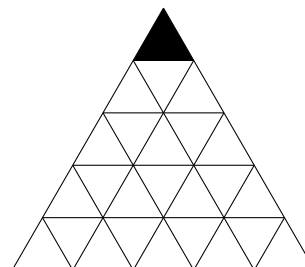
Oppgave 14

Hva er sidelengden i den største kuben som får plass inne i en sfære (kule) med radius 1?

- A $\sqrt{2}$ B $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C $\frac{4}{3}$ D 1 E $\sqrt{3}$

Oppgave 15

I figuren kan man bevege seg fra enhver rute til en naborute som ligger på raden nedenfor. To ruter er naboruter dersom de har en kant eller et hjørne felles. Hvis man starter i den svarte ruten, hvor mange veier er det totalt til den nederste raden? (For eksempel er det tre veier å gå fra den svarte ruten til neste rad.)



- A 81 B 153 C 215 D 375 E 945

**Oppgave 16**

Hva er det minste heltallet n større enn 1 som er slik at siste siffer i a^n er det samme som siste siffer i a , for alle mulige positive heltall a ?

- A 4 B 5 C 9 D 10 E Det finnes ikke noe slikt tall n .

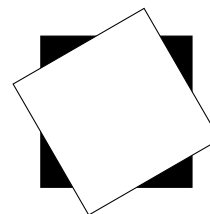
Oppgave 17

Hvor mange reelle løsninger har ligningen $2x^6 + 3x^4 - 2x^2 = 0$?

- A 1 B 2 C 3 D 5 E 6

Oppgave 18

Figuren viser et svart kvadrat dekket av et hvitt kvadrat med samme sentrum, men rotert 30 grader. Begge kvadratene har sidelengde 2. Hva er det totale arealet av de svarte områdene som er synlige?



- A $\frac{8}{\sqrt{3}} - 4$ B $\frac{8\sqrt{3}}{25}$ C $\frac{16}{\sqrt{3}} - 8$ D $\frac{16\sqrt{3}}{25}$ E $3\sqrt{3} - 4$

Oppgave 19

Trine skal male en samling med terninger slik at hver side blir ensfarget og ingen nabosider på noen av dem får samme farge. Hun har bare rød, blå, grønn og gul maling. Regn med at to terninger er malt likt dersom de kan vendes slik at sider som vender samme vei har samme farge. Hvor mange terninger kan hun male forskjellig fra hverandre?

- A 10 B 14 C 16 D 20 E 30

Oppgave 20

Hvor mange kvadrattall er det blant tallene 2013, 2020, 2027, ..., 3595, 3602?

- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Løsningene legges ut 8. november kl. 17.00 på

abelkonkurransen.no