

Abel-konkurransen 1994–95

Andre runde

Oppgave 1

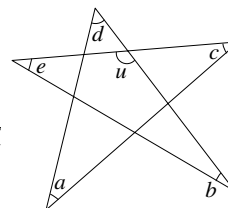
En valnøttselger vet at 20% av nøttene er tomme. Han har funnet en test for å luke dem ut. Denne luker ut 20% av nøttene. Når han så knekker de nøttene som ble luket ut, finner han at en fjerdedel av dem ikke var tomme allikevel. Hvor stor andel av nøttene som ikke ble luket ut er da tomme?

- A) 4% B) $6\frac{1}{4}\%$ C) 8% D) 16% E) Ingen av disse

Oppgave 2

Dersom vinklene a , b , c , d og e er kjent, så er vinkel u lik

- A) 108° B) $2a$ C) $3a$ D) $c + d$ E) $a + c + d$



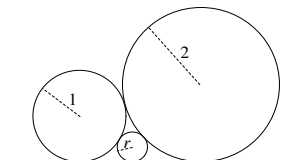
Oppgave 3

Hvor mange naturlige tall (dvs. 1, 2, 3, ...) er nøyaktig tre ganger summen av sifrene?

- A) Ingen B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 eller fleire

Oppgave 4

To sirkler med radier 1 og 2 tangerer hverandre og en linje som på figuren. I hulrommet mellom sirklene og linjen ligger en sirkel med radius r som tangerer linjen og de to sirklene. Hva er r ?



- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ C) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ D) $6 - 4\sqrt{2}$ E) Ingen av disse

Oppgave 5

På hvor mange forskjellige måter kan sidene på en kube farves sorte eller hvite? (Husk at kuben ikke endres når den roteres.)

- A) 7 B) 10 C) 20 D) 30 E) 36

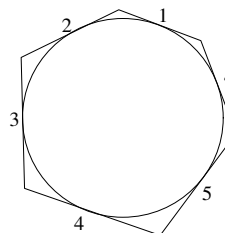
Oppgave 6

La operasjonen $*$ være definert ved at $a*b = ab+a-b$. Hvilken av påstandene nedenfor er da gal, evt. er de alle riktige?

- A) $a*a = a^2$ B) $a*b = (-b)*(-a)$ C) $(a*b)*a = a^2*b$
D) $(a*b)*c = (a*c)*b$ E) Alle fire er riktige

Oppgave 7

Vi har en sekskant som er omskrevet en sirkel, dvs. at sidene tangerer sirkelen. Dersom fem av sidene er 1, 2, 3, 4 og 5 som på figuren, hvor lang er da den siste siden?



- A) 1 B) 3 C) $\frac{15}{8}$ D) $\sqrt{15}$
E) Ikke entydig bestemt, flere sidelengder mulige.

Oppgave 8

La f være en funksjon med $\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ som definisjonsområde, med funksjonsverdier i \mathbf{N}_0 , slik at for $n, m \in \mathbf{N}_0$ og $m \leq 9$ er $f(10n + m) = f(n) + 11m$ og $f(0) = 0$. Hvor mange løsninger har da ligningen $f(x) = 1995$?

- A) Ingen B) 1 C) 2 D) 11 E) Uendelig mange

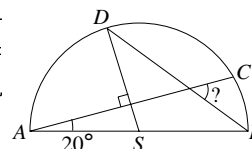
Oppgave 9

Tre ektepar arrangerer et selskap. De kommer til selskapet en om gangen og parene kommer ikke nødvendigvis samlet. I det de kommer tar de alle i hånden unntatt deres egen ektefelle. Når alle er kommet, spør en av dem alle de andre om hvor mange de tok i hånden da de kom og får fem forskjellige svar. Hvor mange tok spørsmålsstilleren i hånden da han/hun kom?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Oppgave 10

Vi har en halvsirkel med endepunkter A og B og sentrum S . Punktene C og D ligger på halvsirkelen slik at $\angle BAC = 20^\circ$ og linjene AC og SD står normalt på hverandre. Hva er da vinkelen mellom linjene AC og BD ?



- A) 45° B) 55° C) 60° D) $67\frac{1}{2}^\circ$ E) 72°