

Abel-konkurransen 1999–2000

Andre runde

Oppgave 1

Hva er $\frac{777^2 - 66^2}{777 + 66}$?

Oppgave 2

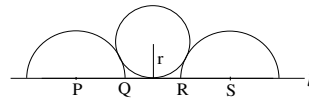
I en bridgeklubb er det 8 medlemmer. Det skal velges et styre bestående av 3 medlemmer, og i styret skal det velges en formann. På hvor mange måter kan dette gjøres?

Oppgave 3

Anta x og y er reelle tall slik at $xy = 6$ og $x^2y + xy^2 + x + y = 63$. Hva er $x^2 + y^2$?

Oppgave 4

To halvsirkler og en sirkel ligger som på figuren, der halvsirklenes diametre ligger på l og sirkelen tangerer l og begge halvsirklene. Hvis $PQ = QR = RS = 24$, hva er da sirkelens radius r ?



Oppgave 5

Hva er det største positive heltall u slik at det finnes nøyaktig ett heltall a slik at $20u < 19a < 21u$?

Oppgave 6

Det er gitt en mengde S bestående av n forskjellige tall fra $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$. For hvert utvalg av 4 tall fra S vil det alltid finnes to som har differanse delelig med 10. Hva er største mulige verdi for n ?

Oppgave 7

Anta at polynomet $p(x)$ har nullpunktene x_1 og x_2 , og at $p(2x+1) = 4x^2 - 30x + 12$. Hva er da $x_1 + x_2$?

Oppgave 8

La ABC være en trekant der D er midtpunktet på AB og E er midtpunktet på BC slik at CD og AE står vinkelrett på hverandre. Hvis $AB = 6$ og $BC = 8$, hva er kvadratet av sidelengden AC ?

Oppgave 9

Hvis $(3x^2 - x - 2)^6 = a_{12}x^{12} + a_{11}x^{11} + \dots + a_1x + a_0$, hva er $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{12}$?

Oppgave 10

La $n \geq 0$ være et heltall. Fra hvert av hjørnene i en trekant er det trukket n linjestykker til motstående side slik at tre linjer aldri har et felles skjæringspunkt. La S_n være antall områder trekanten blir inndelt i av disse linjestykkene. For eksempel er $S_0 = 1$ og $S_1 = 7$. Hva er S_{10} ?