

Den 21. nordiske matematikkonkurransen

29. mars 2007

Norsk versjon

Oppgavene skal løses på 4 timer. Du får opptil 5 poeng på hver oppgave. Skrive- og tegnesaker er eneste tillatte hjelpemidler.

Oppgave 1

Finn én løsning i positive heltall av likningen

$$x^2 - 2x - 2007y^2 = 0.$$

Oppgave 2

En trekant, ei linje og tre rektangler – hvert rektangel med ei side parallell med den gitte linja – er slik at rektanglene fullstendig dekker sidene av trekanten. Vis at rektanglene fullstendig dekker det indre av trekanten.

Oppgave 3

Tallet 10^{2007} blir skrevet på ei tavle. Anne og Berit spiller et spill, der spilleren som har tur, gjør en av to handlinger:

(i) Erstatte et tall x på tavla med to heltall a og b som er større enn 1 og slik at $x = ab$.

(ii) Visker bort ett eller begge av to like tall på tavla.

Spilleren som ikke kan gjennomføre sin tur, taper spillet. Hvem vinner spillet hvis Anne begynner, og begge spillerne spiller optimalt?

Oppgave 4

Ei linje gjennom et punkt A skjærer en sirkel i to punkter B og C på en slik måte at B ligger mellom A og C . Trekk de to tangentene fra punktet A til sirkelen, og la S og T være de to tangeringspunktene. La P være skjæringspunktet mellom linjene ST og AC . Vis at $AP/PC = 2 \cdot AB/BC$.